Lycée menzel Jemil,Décembre 2020

Devoir de synthèse n°1

Classes :2ème sc 3 et 4 ; Préparé par : Mme Khalil et Mme Mestoura

Durée de l'épreuve : 2 heures

Exercice n°1:(6 pts)

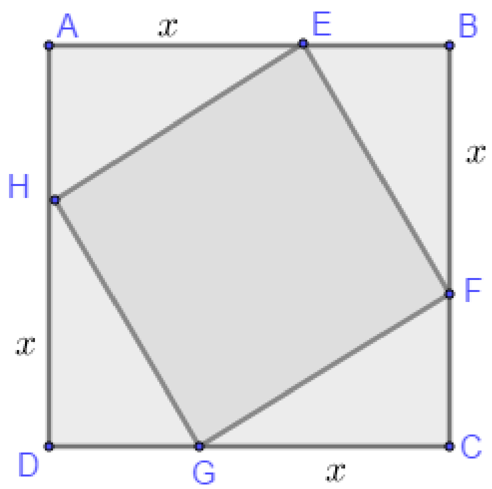
Soit $P(x) = x^3 + 2x^2 - 5x + \alpha$ avec $\alpha \in \mathbb{R}$ et $Q(x) = 2x^2 + 9x + 9$

1) Déterminer α pour que (-3) soit une racine de P

Dans toute la suite on prend $\boldsymbol{\alpha = -6}$

2) a) Déterminer les réels a , b et c tells que $P(x) = (x+3)(ax^2 + bx + c)$
   b) résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $P(x) = 0$
   c) résoudre dans $\mathbb{R}$: $|P(x)| + P(x) = 0$
3) Résoudre $Q(x) = 0$ puis factoriser $Q(x)$
4) Soit $R(x) = P(x) + Q(x)$
   a) Montrer que $R(x) = (x+3)(x^2 + x + 1)$ et que l'équation : $R(x) = 0$ ne posséde qu'une seule racine
   b) Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f définie par : $f(x) = \sqrt{R(x)}$

Exercice n°2:(4pts)



Dans la figure ci-contre $ABCD$ est un carré de coté 4,les points E, F, G et H appartiennent respectivement aux segments $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$ et $[DA]$ tels que : $AE = BF = CG = DH = x$

avec $2 \leq x \leq 4$

On note $A(x)$ l'aire du carré $EFGH$

1) Montrer que $A(x) = 2x^2 - 8x + 16$
2) a) Déterminer la valeur de x pour la quelle l'aire du carré $EFGH$ est égale à 9
   b) Déterminer les valeurs de x pour les quelles l'aire du carré $EFGH$ est spérieure à 10
3) a) écrire $A(x)$ sous sa forme canonique
   b) Déduire la valeur de x pour laquelle l'aire du carré $EFGH$ est la plus petite possible

devoir.tn

Exercice n°3:(5pts)

Dans un repère orthonormé $(O,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ on donne les points $A(2,2)$; $B(8,4)$; $C(4,-4)$ et $I(6,0)$

1) a) montrer que ABC est un triangle rectangle et isocèle en A
   b) Vérifier que I est le milieu du segment $[BC]$
2) Soit ζ l'ensemble des points M du plan tels que : $\|\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\| = 4\sqrt{5}$
   Montrer que ζ est le cercle circonscrit au triangle ABC
3) Soit E le point défini par : $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$
   a) Déterminer les coordonnées des points A, B , I et E dans le repère $(A,\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})$
   b) En déduire que les droites (AI) et (BE) sont paralléles

Exercice n°4:(5pts)

ABC est un triangle tel que $AC = 3$ et $BC = 5$

1) Construire le point G barycentre des points pondérés $(A,5)$ et $(C,-2)$
2) Soit F le point défini par : $5\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{FB} - 2\overrightarrow{FC} = \vec{0}$
   a) Montrer que F est le barycentre des points pondérés $(G,3)$ et $(B,2)$
   b) Montrer que $\overrightarrow{BF} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BG}$
   c) Montrer que : $5\overrightarrow{FA} + 2\overrightarrow{CB} = \vec{0}$ et en déduire que les droites (AF) et (BC) sont parallèles
   d) Construire alors le point F
3) La parallèle à la droite (AC) menée de F coupe (BC) en I,montrer que I est le barycentre des points B et C affectés de coefficients que l'on déterminera
4) Déterminer les ensembles des points M du plan tels que :
   a) $\|5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \frac{5}{3}\|5\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MC}\|$
   b) $\|5\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}\|$

Bon Travail

devoir.tn